



人民币外汇普通美式期权定价 实证研究

An Empirical Study on the Pricing of USD-CNY American Options

马曙光 袁 勋 崔亦谦

2022年6月，外汇交易中心在银行间市场上线了人民币外汇普通美式期权产品。与欧式期权不同，美式期权的买方可选择在到期日或到期日之前的任何一天行权。行权时间的不确定性导致美式期权无法直接通过解析公式，而是必须通过半解析公式或者数值方法计算期权价格。本文围绕人民币外汇普通美式期权产品的定价问题开展研究。以一年期美元/人民币美式期权为例，比较不同定价方法和汇率模型下的美式期权估值结果，并研究美式期权的提前行权等问题。

常见定价方法计算出的美式期权价格

美式期权，是指期权买方可以在到期日或到期日之前任何一天或到期日前约定的时段行权的期权^①。与其他要素均相同的欧式期权相比，美式期权的价格理论上应大于或等于欧式期权的价格。行权时间的不确定性给美式期权的估值定价带来了一定的困难。相对于欧式期权，美式期权的价格无法通过解析公式直接计算得到，而只能通过半解析方法或者数值方法进行求解。

四种常用的美式期权定价方法

目前美式期权常用的定价方法主

作者单位：中国工商银行金融市场部。

① 中国外汇交易中心产品指引 V4.0，P48。



要包括BAW方法、Longstaff方法、二叉树 (Binomial Tree) 方法和偏微分方程 (Partial Differential Equation, PDE) 方法等^①。四种方法中, BAW方法是一种近似方法, 优点是计算量较小, 缺点是模型误差可能会导致计算结果的准确程度有限; Longstaff方法、二叉数方法和偏微分方程方法属于数值方法, 缺点是计算量相对较大, 优点是计算结果的准确程度比解析近似的方法更高。此外, BAW方法仅适用于Black汇率模型; 而其他三种方法属于数值计算方法, 可以运用于其他更为复杂的汇率模型。

选取和处理定价所需的市場数据

本文以外汇交易中心上线的一年期美元/人民币美式期权为研究对象, 选取2022年8月18日的市场数据来进行研究和分析。从中国货币网^②可获取当日收盘后的USDCNY即期和一年期掉期报价、期权波动率报价和隐含利率曲线。

由即期汇率和掉期点可计算得到一年期USDCNY远期汇率; 由外汇期权隐含波

表 1 USDCNY 外汇期权隐含波动率报价

档位	10P	25P	ATM	25C	10C
期限	1Y	1Y	1Y	1Y	1Y
波动率	4.055	4.088	4.08	4.612	5.255

数据来源: 中国货币网。

表 2 USDCNY 隐含利率曲线

期限	美元隐含利率	人民币利率	即期汇率	掉期点
1Y	3.445	2.029	6.7921	-955

数据来源: 中国货币网。

动率报价和Black-Scholes公式可计算得到波动率/行权价矩阵。此外, 为了研究深度价内期权和深度价外期权, 本文还考虑了对应看涨期权Delta分别为0.1%、1%、99%和99.9%的行权价, 假定其期权波动率与最近档位的期权波动率一致。

比较四种常见定价方法的计算结果

图1给出了Black模型下采用不同定价方法计算得到的一年期USDCNY美式看涨期权在不同执行价时的期权价格, 表4给出了不同计算结果之间的Pearson相关系数。可以看出Longstaff方法、二叉树方法和偏微分方程方法的计算结果之间较为相

① BAW方法将美式期权价值分为欧式期权价值和提前行权价值两部分。其中, 欧式期权价值部分可通过Black-Scholes公式计算得出; 提前行权价值部分则通过近似公式计算得到。

Longstaff方法利用蒙特卡洛方法生成一定数量的资产价格变动路径, 然后在每个时刻拟合期权价值期望函数并判断是否需要提前行权, 最终计算得到美式期权的价值。

二叉树方法基于风险中性定价生成价格随时间变动的二叉树; 然后在每个节点判断是否需要提前行权, 最终计算得到美式期权的价值。

偏微分方程方法利用Feynman-Kac定理推导出期权价值所满足的偏微分方程及其边界条件, 然后通过有限差分法等方法进行求解。

② <https://www.chinamoney.com.cn/chinese/index.html>.



表 3 波动率 / 行权价矩阵

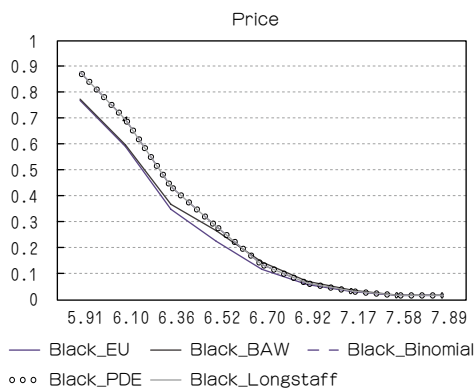
期权类型	CALL	CALL	CALL	CALL	CALL	CALL	CALL	CALL	CALL
期限	1Y	1Y	1Y	1Y	1Y	1Y	1Y	1Y	1Y
波动率	4.055	4.055	4.055	4.088	4.08	4.612	5.255	5.255	5.255
执行价	5.91	6.10	6.36	6.52	6.70	6.92	7.17	7.58	7.89
Delta	99.9%	99%	90%	75%	50%	25%	10%	1%	0.1%

数据来源：中国货币网、中国工商银行。

表 4 不同定价方法期权价值的 Pearson 相关系数

	Black_BAW	Black_Binomial	Black_PDE	Black_Longstaff
Black_BAW	1			
Black_Binomial	0.999031	1		
Black_PDE	0.99903	1	1	
Black_Longstaff	0.999027	0.999999	0.999999	1

数据来源：中国工商银行。



数据来源：中国工商银行。

图 1 不同定价方法计算得到的期权价值^①

似，Pearson相关系数均接近于1。而BAW方法的计算结果与这三种方法之间存在明显差异，其中价内区间的差异比价外区间的差异要更大。

比较不同汇率模型对美式期权价格的影响

从国际同业的实践角度，欧式期权的估值通常使用Black模型即可，而对于美式期权等奇异期权，可以根据实际需要选择是否使用更复杂的汇率模型。外汇美式期权的挂钩标的为即期汇率，在汇率模型

① 图1中各条曲线均是在Black模型下应用不同方法计算得到的，其中 Black_EU是利用Black-Scholes解析公式计算得到的对应欧式期权价格；Black_BAW是利用BAW方法计算得到的美式期权价；Black_Binomial是利用二叉树方法计算得到的美式期权价格；Black_PDE是利用PDE方法计算得到的美式期权价格；Black_Longstaff是利用Longstaff方法计算得到的美式期权价格。



中，往往采用随机微分方程来刻画即期汇率价格的变动规律，其中的核心是对于汇率波动率的建模。

四种常用的汇率模型

目前，常用的汇率模型包括Black模型、局部波动率模型（Local Volatility, LV）、随机波动率模型（Stochastic Volatility, SV）和局部随机波动率模型（Local Stochastic Volatility, LSV）等。这四种汇率模型的差异主要在于对瞬时波动率的建模^①。Black模型假设瞬时波动率为常数，可通过市场上欧式期权的报价反解出隐含波动率并构建出波动率曲面。局部波动率模型、随机波动率模型和局部随机波动率模型可以对波动率曲面进行更为精细的建模，但其模型的精确校准需要更多的市场数据，校准方法通常也更复杂。

比较四种汇率模型的计算结果

图2给出了不同汇率模型下采用偏微分方程方法计算得到的一年期USDCNY美式看涨期权在不同执行价时的期权价格，表5给出了不同计算结果之间的

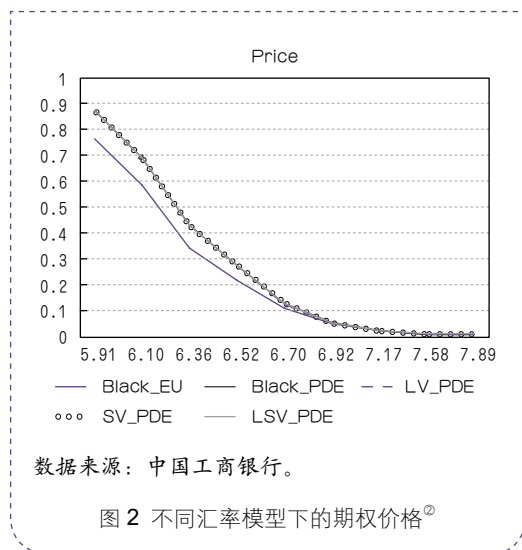


表5 不同汇率模型下的期权价格的 Pearson 相关系数

	Black_PDE	LV_PDE	SV_PDE	LSV_PDE
Black_PDE	1			
LV_PDE	0.999668	1		
SV_PDE	0.999917	0.999913	1	
LSV_PDE	0.999701	0.999993	0.99993	1

数据来源：中国工商银行。

Pearson相关系数。可以看出不同汇率模型下的计算结果较为相似（价外区间略

① Black模型是最为经典的汇率模型，该模型假设即期汇率的变动为几何布朗运动且瞬时波动率在各个时刻均为常数。局部波动率模型假设瞬时波动率是一个关于时间和价格的确定性函数。随机波动率模型假设瞬时波动率为一个随机过程。考虑到波动率具有均值回归的特性，该随机过程通常也是均值回归过程。局部随机波动率模型是局部波动率模型和随机波动率模型结合，该模型将瞬时波动率表示为一个确定性函数和一个随机过程的乘积。

② 图2中，Black_EU是Black模型下利用Black-Scholes解析公式计算得到的对应欧式期权价格；Black_PDE是Black模型下利用PDE方法计算得到的美式期权价格；LV_PDE是局部波动率模型下利用PDE方法计算得到的美式期权价格；SV_PDE是随机波动率模型下利用PDE方法计算得到的美式期权价格；LSV_PDE是局部随机波动率模型下利用PDE方法计算得到的美式期权价格。



有差异)，Pearson相关系数均接近于1。上述分析表明对于本文选取的期权产品和市场数据，不同汇率模型对于期权价格的影响相对较小。

根据期权价值分析提前行权问题

美式期权存在提前行权的可能。当发生提前行权，立即行权获得的收益高于继续持有期权获得的收益，此时的期权价值为立即行权收益。图3将几种定价方法得到的期权价值和立即行权收益进行了对比^①，可以看出Exercise、Black_BAW和Black_PDE三条曲线在执行价为6.52左右时发生交叉。其中当执行价低于6.52时，

偏微分方程方法的估值与立即行权收益一致，而BAW方法的估值低于立即行权收益；当执行价高于6.52时，偏微分方程方法和BAW方法的估值均高于立即行权收益。

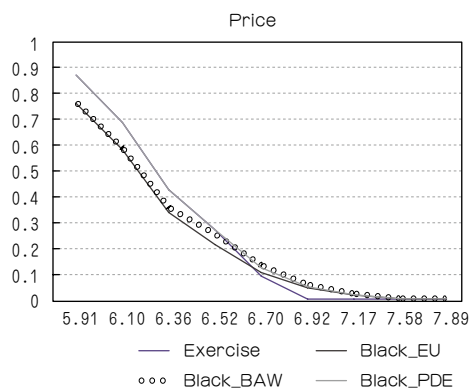
由上述规律可以分析得出以下经验结论：

因为美元利率非负，所以美元看涨期权存在提前行权的可能。发生提前行权的条件是立即行权收益高于继续持有期权的收益。

当存在提前行权的可能，期权越是处于价内状态越容易提前行权。图3的结果显示是否提前行权取决于执行价是否低于6.52：当执行价低于6.52应立即行权，当执行价高于6.52应继续持有期权。

在图3中，当应继续持有期权时，偏微分方程方法的估值高于立即行权收益；当发生提前行权时，偏微分方程方法的估值与立即行权收益一致。故无论是否发生提前行权，偏微分方程方法的计算结果总能准确反映期权价值。

在图3中，当应继续持有期权时，BAW方法的估值高于立即行权收益；当发生提前行权时，BAW方法的估值低于立即行权收益，即此时BAW方法的计算结果已无法准确反映期权价值。



数据来源：中国工商银行。

图3 期权价值随行权价的变化

① 图3中的Exercise是立即行权收益，即当前即期汇率减去行权价的算数值；由于Longstaff方法、二叉树方法和偏微分方程方法的估值相似度很高，故选取偏微分方程方法的估值作为三种方法的代表。



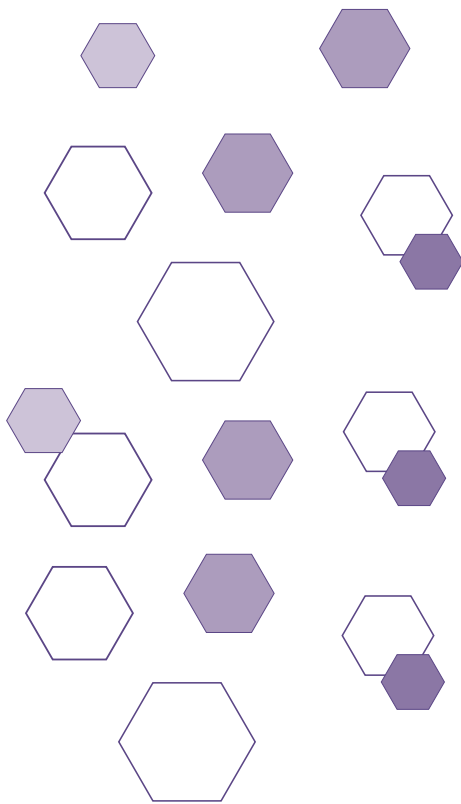
总结

本文介绍了外汇衍生品定价中几种经典的汇率模型和美式期权常用的定价方法,并对人民币外汇普通美式期权的价格计算和提前行权等问题进行了实证研究。研究结果表明:美式期权具有可提前行权的特点,其定价方法与欧式期权存在差异,需要根据实际业务需求选取合适的汇率模型和定价方法。BAW方法、Longstaff方法、二叉树方法和偏微分方程方法是几种常用的美式期权的估值方法。其中,Longstaff方法、二叉树方法和偏微分方程方法都属于数值方法,计算结果较为相近,能够较准确体现提前行权对期权价值的影响。BAW方法是一种近似解析方法,计算量较小,但计算结果可能存在一定的偏差。

结合不同定价方法和汇率模型比较,我们可以得出经验结论:美式期权由于具有提前行权的特性,其价格比相同到期日和行权价的欧式期权更高;计算美式期权价格时,更重要的是选取合适数值

方法对其提前行权的特性进行建模,而采用更复杂的汇率模型对汇率波动率进行建模,对美式期权价格影响相对较小。^[N]

学术编辑: 韦燕春



参考文献:

- [1]李治平.偏微分方程数值解讲义[M].北京大学出版社,2010.
- [2]约翰·赫尔.期权、期货和其他衍生品[M].清华大学出版社,2009.
- [3]Barone-Adesi G, Whaley R E. Efficient analytic approximation of American option values[J]. the Journal of Finance, 1987, 42(2): 301-320.
- [4]Iain J. Clark.Foreign Exchange Option Pricing: A Practitioners Guide[M].Wiley Finance,2011.
- [5]Longstaff F A, Schwartz E S.Valuing American options by simulation:a simple least-squares approach[J].The review of financial studies,2001,14(1):113-147.