



# 基于动态 Nelson-Siegel 模型 对票据利率期限结构的分析

蔡制宏

**摘要：**对于商业银行等在票据二级市场开展转贴现交易的金融机构来说，预测票据转贴现利率的期限结构非常重要。通过构建基于状态空间表达的动态 Nelson-Siegel 模型进行实证分析发现，该动态模型在预测票据市场国股银票转贴现利率的期限结构时效果较好，对于金融机构完善行内票据转贴现交易定价机制具有一定参考意义。

**关键词：**票据市场 转贴现利率 利率期限结构 动态 Nelson-Siegel 模型

## 一、引言

### （一）静态利率期限结构模型的发展

在利率结构理论中，利率风险结构指的是具有相同的到期期限但是具有不同违约风险、流动性和税收差别的金融工具的收益率之间的相互关系；而对于有相同风险、流动性和税收特征的金融工具，因为期限不同，其利率也会有差异，这种差异构成了利率期限结构。将有相同风险、流动性和税收特征，但期限不同的金融工具的收益率进行拟合，就可以得到其收益率曲线。目前，国内外学者对利率结构的研究主要集中于利率期限结构。

传统的利率期限结构理论包括预期理论、分割市场理论和流动性溢价理论这三大理论，在此基础上，数十年来，国外学

者对于利率期限结构模型的研究和探索不断深入，发展了一系列利率期限结构模型，主要可分为静态和动态模型两大类。

静态模型一般关注某一时点下收益率和期限的关系，进而拟合出收益率曲线。静态模型的代表包括 Hermite 插值法、平滑样条法、Nelson-Siegel 模型（NS 模型）以及在其基础上发展出来的 Nelson-Siegel-Svensson 模型（SV 模型）等。NS 模型由 Nelson & Siegel（1987）提出，其优点是简洁易扩展，在拟合和预测实际收益率时表现良好；Lars Svensson（1994）对 NS 模型进行了扩展，提出了 SV 模型。NS 模型和 SV 模型在国外得到了广泛应用与推广，根据国际清算银行（2005）的统计，向其报告零息债券收益率的主要央行中，绝大

蔡制宏，中国社会科学院大学国际政治经济学院。



多数央行都使用这两个模型来估计和拟合零息债券收益率曲线，也有少数央行使用平滑样条法。从国内的情况看，中央国债登记结算有限责任公司在构建国债收益率曲线时使用了 Hermite 插值法，上海票据交易所（以下简称“票交所”）在构建国债<sup>①</sup>及城商<sup>②</sup>银票转贴现收益率曲线时也同样采用了 Hermite 插值法。

与静态模型相比，动态模型更关注收益率曲线的动态演变过程，又可以进一步细分为均衡模型和无套利模型等等。田琦程（2022）在对均衡模型和无套利模型研究后发现，均衡模型在拟合 SHIBOR 利率时表现较好，且 Vasicek 模型相对来说效果更好；无套利模型往往应用于衍生品定价，其中 Hull-White 模型多应用于利率衍生品和次级债券定价，HJM 模型则多应用于 LIBOR 类衍生品定价和对冲，Ho-Lee 模型在国内应用不多。

除了传统的均衡模型和无套利模型外，将静态模型扩展至动态模型也是一个重要研究方向。Diebold & Li（2006）将 NS 模型进一步扩展为动态 NS 模型（Diebold-Li 收益率曲线模型，以下简称 DNS 模型）。

NS 模型通过建立远期瞬时利率的函数来推导即期利率，其数学表达式如下：

$$r(t) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda t} - e^{-\lambda t} \right) \quad (1)$$

其中， $r(t)$  代表  $t$  时刻的即期利率， $\beta_0$  是水平因子，控制市场长期利率水平， $\beta_1$  是斜率因子，控制市场短期利率水平， $\beta_2$  是曲率因子，控制利率曲线的凸度或凹度， $\lambda$  是载荷因子，控制利率曲线凸或凹的位置。

将 NS 模型扩展为 DNS 模型后，其数学表达式如下：

$$r_t(T) = L_t + S_t \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda T} + C_t \left( \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda T} - e^{-\lambda T} \right) \quad (2)$$

其中， $T$  代表到期期限， $\lambda$  是参数， $L_t$ 、 $S_t$ 、 $C_t$  都是时间的函数， $L_t$  是水平因子，体现了长期影响因素， $S_t$  是斜率因子，体现了短期影响因素， $C_t$  是曲率因子，体现了中期影响因素。这些因素可以在一定程度上解释长期利率、中期利率和短期利率，某种程度上具有了一定的经济意义。

Diebold et al.（2006）此后进一步提出了状态空间表达的 DNS 模型。近年来，状态空间模型在经济时间序列分析中的应用越来越广泛，其求解算法的核心是 Kalman 滤波，在进行 DNS 模型的参数估计时，与 Diebold & Li（2006）之前采用的两步法相比，Kalman 滤波方法能更好地应对复杂模型，拟合精度相对来说也更好。

DNS 模型近年来在国外逐渐受到重视。Diebold & Rudebusch（2013）认为，过去大多数收益率曲线模型要么理论上

① 指国有银行和股份制银行。

② 指城市商业银行。



严谨但实证效果不佳，要么实证效果良好但理论存在不足，而 DNS 模型做到了理论严谨和实证效果良好的有机统一。Ken Nyholm (2015) 在欧洲中央银行的一篇工作论文中对 DNS 模型高度赞赏，认为其已成为中央银行收益率曲线建模的标杆。近年来国内已有不少学者将 DNS 模型运用于债券市场，赵晶等 (2014) 使用 DNS 模型对中国国债利率期限结构进行了拟合和预测，发现效果十分理想；周荣喜等 (2019) 发现可使用 DNS 模型对我国公司债的信用利差进行预测。

## （二）对票据市场利率期限结构模型的研究

票据市场近年来发展迅速，已成为我国金融市场体系的重要子市场之一。在票交所成立前的纸票时代，因缺乏完整的交易数据，很难就票据的利率期限结构进行实证分析。票交所成立后，作为我国票据领域的数据分析中心和信息服务中心，弥补了过去票据市场在数据方面的短板，为进一步开展票据市场利率期限结构的研究奠定了数据基础。

开展票据市场利率期限结构的研究不仅具有理论价值，对于参与票据二级市场交易的金融机构来说也具有实际意义。金融机构在开展业务时往往有两方面的需求。

一是金融机构需要确定票据的公允价值。随着国际会计准则委员会 (IASB) 发布的《国际财务报告准则第 9 号》(IFRS9) 的推行，国内各金融机构对票据资产公允

价值进行计量的需求日益增加，而对票据利率期限结构的研究则是确定票据资产公允价值的基础。票据的利率期限结构静态模型主要被运用于票据公允价值的确定，目前国内已有一些研究对此进行了分析和考察。周文婷 (2018) 尝试采用 Hermite 插值法构建票据转贴现收益率曲线，通过与 SHIBOR、同业存单的收益率进行比较后，发现该收益率曲线具备较合理的期限结构。罗丹阳等 (2018) 组成的票交所课题组进一步对收益率曲线的各种构建方法进行了比较研究，通过对相关交易数据的实证分析，最终发现在多项式样条模型、指数样条模型、B-样条模型、NS 模型、SV 模型、Hermite 插值法等静态模型中，Hermite 插值法表现最优，因此票交所选择了这一方法来构建票据收益率曲线。运用 Hermite 插值法编制的收益率曲线的一个重要特点是，其将穿过所有关键期限点，具有很强的适用性。

二是金融机构需要在转贴现交易时进行定价。这就涉及对票据利率期限结构的预测，在预测方面，票据的利率期限结构动态模型更为灵活。目前，国内关于票据利率期限结构动态模型的研究不多。尽管已有很多研究运用 DNS 模型对债券市场进行了考察，且从现有研究来看，DNS 模型对债券利率期限结构的预测效果良好，但目前尚未有研究将 DNS 模型应用于对票据市场的研究。鉴此，本文将基于票交所发布的各关键期限点的转贴现利率数据，就票据转贴现利率建立状态空间表达的 DNS



模型并进行相应的 Monte Carlo 预测，通过与对应实际转贴现利率数据进行比较来验证模型在票据市场的预测能力和有效性。

## 二、数据选取

目前，票交所发布了两条收益率曲线，一条是国股银票转贴现收益率曲线，一条是城商银票转贴现收益率曲线。鉴于国股银票是目前市场上信用等级最高且流动性最好的产品，这条收益率曲线是票据市场上最重要的一条基准收益率曲线。与国股银票转贴现收益率曲线相对应，票交所也发布了国股银票关键期限点的转贴现利率，其中包括的关键期限点分别为 1 天、1 周、1 个月、2 个月、3 个月、4 个月、5 个月、6 个月、7 个月、8 个月、9 个月、10 个月、11 个月、1 年，共 14 个关键期限点。由于运用 Hermite 插值法编制的收益率曲线将穿过所有关键期限点，国股银票各个关键期限点的转贴现利率数据可以近似地看作是已经过票交所清洗处理的实际利率数据。因此，本文将对国股银票的利率期限结构进行研究。

Wind 数据库中可获得的国股银票转贴现利率公开数据为 2018 年 12 月 5 日至 2022 年 6 月 24 日共 884 天的数据，每天各关键期限点的利率数据分别有 14 条。本文将基于 Wind 数据库中有关数据进行实

证分析。国股银票各关键期限点的转贴现利率如附图 1<sup>①</sup> 所示。

从附图 1 可以观察到，对同一时点的截面数据，短期利率低于长期利率，这一特征符合流动性偏好理论。总体来看，自 2018 年以来，票据转贴现利率呈逐年下降的趋势。同时，短期利率的波动进一步加剧，2019 年到 2020 年各期限转贴现利率总体比较平稳，在 1.5% 和 3% 之间波动（绿色和蓝色表示），而 2021 年到 2022 年，短期利率在特殊时点会出现 0.5% 以下的低点（红色），也会出现 4% 以上的高点（紫色）。

在本文模型具体数据的选择上，使用部分数据作为建模数据，部分数据作为对模型预测效果的检验数据。比如，在预测 2022 年 6 月 1 日的利率期限结构时，使用截至 5 月 31 日的 867 天的数据作为建模数据，在预测 2022 年 6 月 2 日的利率期限结构时，使用截至 6 月 1 日的 868 天的数据作为建模数据，以此类推。

## 三、模型构建与参数估计

对于状态向量  $x_t$  和观测向量  $y_t$ ，状态空间模型具有以下线性状态空间的数学表达式：

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t \quad (3)$$

$$y_t = C_t x_t + D_t \varepsilon_t \quad (4)$$

① 附图1为增强出版，中国知网—《金融市场研究》。



其中向量  $u_t$  和  $\varepsilon_t$  是不相关的单位方差白噪声过程。这一模型中，表达式 (3) 是状态方程，表达式 (4) 是观测方程。模型参数  $A_t$ 、 $B_t$ 、 $C_t$  和  $D_t$  分别是状态转移、状态扰动加载、测量灵敏度和观测创新系数矩阵。

状态空间表达的 DNS 模型的水平、斜率和曲率因子符合一阶向量自回归过程，构成了一个状态空间系统。用水平、斜率和曲率三因子组成状态向量，可得到状态方程，其表达式如下：

$$\begin{bmatrix} L_t - u_L \\ S_t - u_S \\ C_t - u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{t-1} - u_L \\ S_{t-1} - u_S \\ C_{t-1} - u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_t(L) \\ \eta_t(S) \\ \eta_t(C) \end{bmatrix} \quad (5)$$

上式中， $u_j$  分别是水平、斜率和曲率因子的均值， $j \in (L, S, C)$ 。

观测方程的表达式如下：

$$\begin{bmatrix} r_t(T_1) \\ r_t(T_2) \\ \vdots \\ r_t(T_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1 - e^{-T_1\lambda}}{T_1\lambda} & \frac{1 - e^{-T_1\lambda}}{T_1\lambda} e^{-T_1\lambda} \\ 1 & \frac{1 - e^{-T_2\lambda}}{T_2\lambda} & \frac{1 - e^{-T_2\lambda}}{T_2\lambda} e^{-T_2\lambda} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1 - e^{-T_N\lambda}}{T_N\lambda} & \frac{1 - e^{-T_N\lambda}}{T_N\lambda} e^{-T_N\lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_t \\ S_t \\ C_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t(T_1) \\ \varepsilon_t(T_2) \\ \vdots \\ \varepsilon_t(T_N) \end{bmatrix} \quad (5)$$

上述状态空间模型的矩阵表达式可以写成如下形式：

$$(f_t - u) = A(f_{t-1} - u) + \eta_t \quad (7)$$

$$y_t = Af_t + \varepsilon_t \quad (8)$$

为了让 Kalman 滤波的线性最小二乘法最优，需要噪声转移和测量干扰彼此正交并且与初始状态正交，即它们是一个正交的高斯白噪声过程：

$$\begin{bmatrix} \eta_t \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} \sim WH \begin{bmatrix} 0 & \\ & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix}$$

$$E(f_0 \eta'_t) = 0$$

$$E(f_0 \varepsilon'_t) = 0$$

上式中， $H$  是对角矩阵， $Q$  是非对角矩阵。

将截至 2022 年 5 月 31 日的 867 天的国股银票各关键期限点转贴现利率数据输入 Matlab 软件，首先设定一个  $\lambda$  的初始值，使用两步法对 DNS 模型的参数进行估计，构建基于两步法的 DNS 模型，同时也将其作为状态空间表达的 DNS 模型中的初始参数值。Diebold & Li (2006) 运用两步法对模型参数进行估计的具体做法是，第一步先设定一个  $\lambda$  的初始值，然后估计每个时点收益率曲线的水平、斜率和曲率参数，并得到相关参数的时间序列；第二步再对相关时间序列建立一阶自回归模型。在设定  $\lambda$  的初始值时，他们选择了最大化曲率参数，即中期因子载荷的  $\lambda$  值 0.0609。因此，本文也采用 0.0609 作为  $\lambda$  的初始参数值。考虑到转贴现交易仅在工作日进行，在模型中设定相关数据的到期期限时，粗略地将 1 周转换为 5 个工作日，1 月转换为 20



个工作日，以此类推，1 年转换为 240 个工作日。

Kalman 滤波方法由 Rudolf Kálmán & Richard Bucy 于 1960—1961 年共同提出，其核心思想是基于  $t-1$  期的最优估计信息对  $t$  期进行预测，在获得  $t$  期观测值后，再使用  $t$  期观测值对  $t$  期预测值通过加权进行修正，即可获得  $t$  期的最优估计值。使用 Kalman 滤波法计算得到状态空间表达的 DNS 模型的水平、斜率和曲率参数，各参数变化趋势如图 1 所示。

通过 Kalman 滤波法计算得到的状态空间表达的 DNS 模型的实际  $\lambda$  值为 0.065796，略高于预设的初始参数值 0.0609。如图 2 所示，状态空间表达的 DNS 模型的曲率因子载荷在 27 个工作日左右达到最高，这表明该到期期限的票据转贴现利率在利率曲线上的凸度最大。

此外，通过对状态空间表达的 DNS 模型和两步法构建的 DNS 模型的观测方程残

差值进行比较可以发现，状态空间表达的 DNS 模型的观测方程残差值在大多数期限上都较两步法构建的 DNS 模型更小，因此状态空间表达的 DNS 模型比两步法构建的 DNS 模型的拟合效果更好，特别是对 3 个月到 1 年期限的票据转贴现利率拟合较优。

#### 四、模型预测

在建立状态空间表达的 DNS 模型后，可继续使用 Monte Carlo 模拟方法对利率期限结构进行预测。基于已建立的状态空间表达的 DNS 模型，使用 Matlab 软件进行 100 000 次 Monte Carlo 模拟，对 2022 年 6 月 1 日国股银票转贴现利率的期限结构进行预测，同时与 Wind 数据库中当天相应关键期限点的国股银票转贴现实利率进行对比，对比结果如图 3 所示。

从图 3 可以观察到，模型预测的利率期限结构与实际的利率期限结构非常接近，说明模型有较好的预测能力，特别是

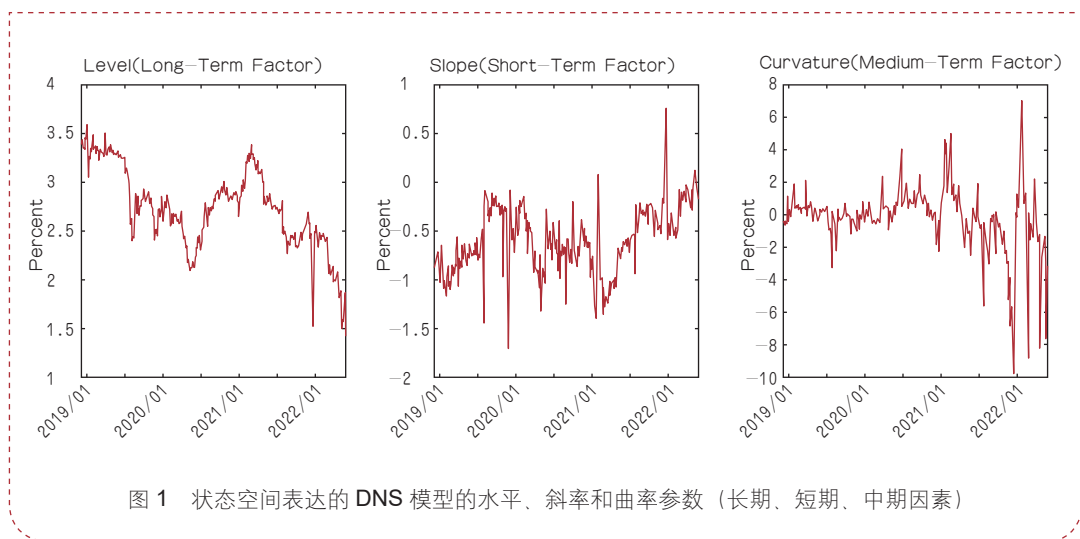


图 1 状态空间表达的 DNS 模型的水平、斜率和曲率参数（长期、短期、中期因素）

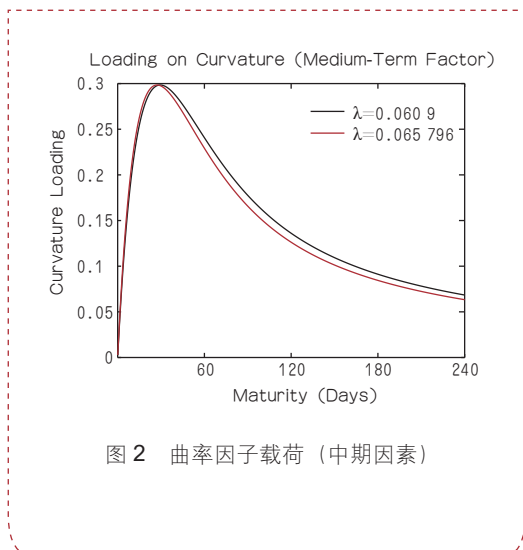


图2 曲率因子载荷（中期因素）

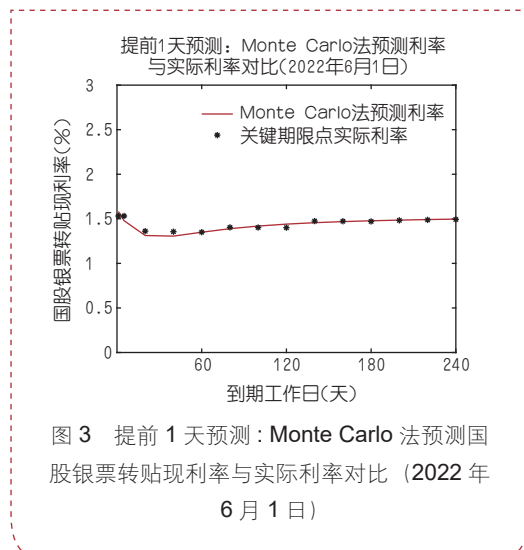


图3 提前1天预测：Monte Carlo法预测国股银票转贴现利率与实际利率对比（2022年6月1日）

在预测长期利率时表现尤为出色。

继续重复上述建模步骤，对2022年6月剩余各样本期的利率期限结构建模进行预测和检验，分别在上中下旬各选取两天（6月6日、10日、13日、17日、20日、24日），预测结果如图4所示。

从图4可以发现，基于DNS模型、Monte Carlo模拟法预测的国股银票转贴现利率期限结构总体质量较好。其中，月初的预测效果更优。这是因为票据业务具有资金和信贷双重属性，月初票据价格一般受信贷投放影响较小，扰动因子减少使得模型在月初的预测能力更强；进入中下旬后，由于票据的信贷属性，加之近年来信贷投放稳定性欠佳，当月月内到期的票据因不占用月末的信贷规模，其价格会明显低于跨自然月的票据。转贴现票据价格与利率负相关，当票据价格变低时，其转贴现利率就相应变高，因此月末短期关键期限点的实际利率往往高于预测利率。

此外，2021年以来由于信贷投放波动性导致票据的转贴现短期利率波动相应加大，这也增加了模型对短期利率的预测难度。同时，因为短期票据的交易量相对中长期票据的交易量更小，且由于票据市场短期票据交易不充分，样本数据不足也导致短端的利率时常出现异常波动。但对于市场上占主导地位的中长期票据交易，无论是月初、月中还是月末，状态空间表达的DNS模型都能较好地预测其利率期限结构。

## 五、结论与建议

本文运用状态空间表达的DNS模型对国股银票转贴现利率进行实证分析和预测后发现，构建动态模型对于预测票据利率期限结构具有一定实践意义。在模型的选择上，状态空间表达的DNS模型相较于传统两步法构建的DNS模型更优；尽管状态空间表达的DNS模型对于短期利率的预测还存在进一步完善的空间，但对3个月以

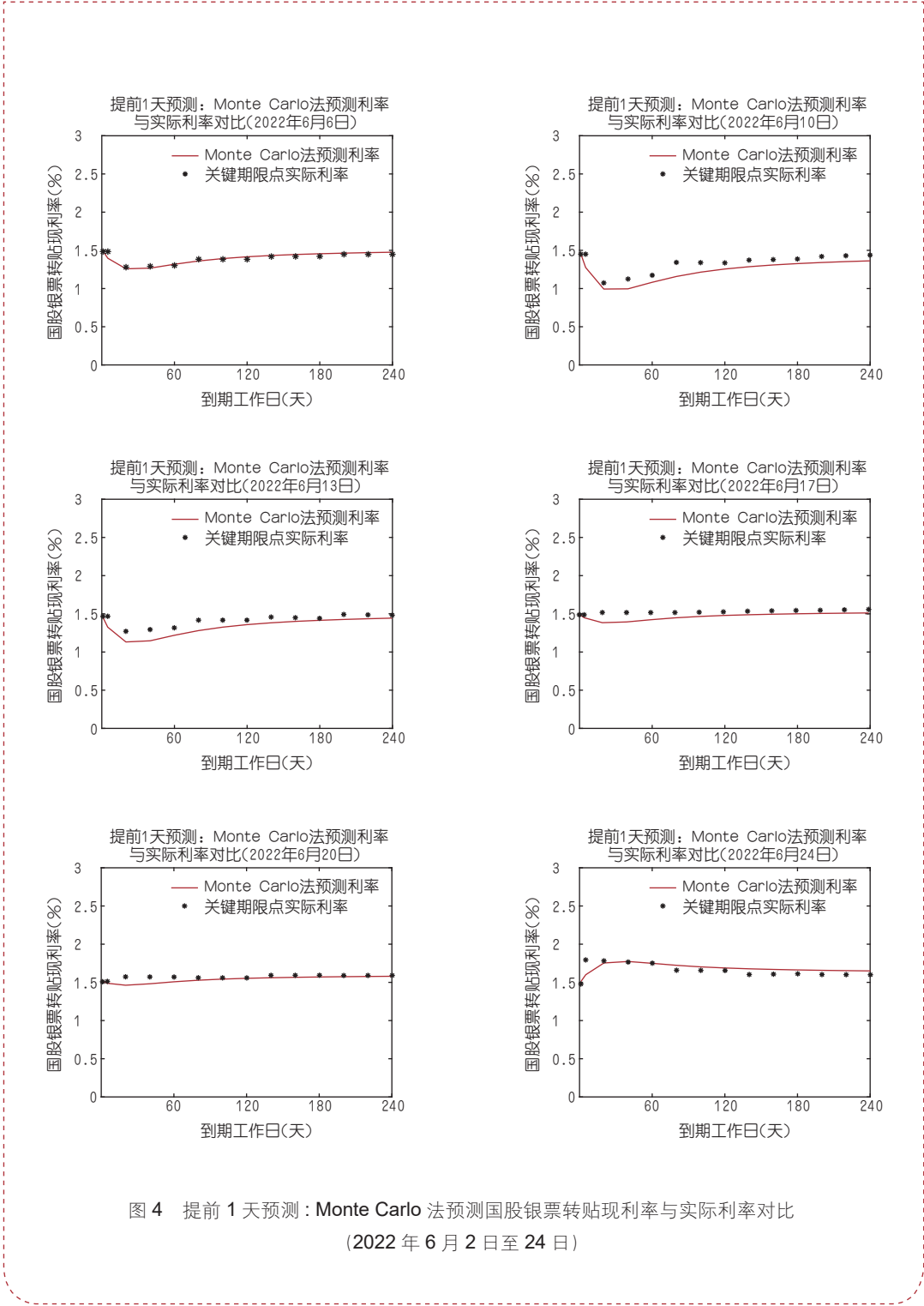


图 4 提前 1 天预测：Monte Carlo 法预测国股银票转贴现利率与实际利率对比  
(2022 年 6 月 2 日至 24 日)



上期限的票据利率进行预测的能力较好，而市场实际交易中 6 个月期限票据的占比比较高，这表明该模型对金融机构在实际业务开展中次日的转贴现交易定价具有一定指导意义。

目前，金融机构等票据二级市场参与者在进行转贴现利率定价时并没有统一或约定俗成的方法。因此，商业银行等金融

机构可考虑结合行内的内部资金转移定价等资金成本因素，在通过票交所的“票信宝”等信息产品获得最新票据利率数据后，构建相应的利率期限结构动态模型对次日票据利率期限结构进行预测，以建立完善更规范化和自动化的行内票据转贴现交易定价机制。<sup>[N]</sup>

学术编辑：卢超群

#### 参考文献

- [1] 罗丹阳,王亮,刘鹏.如何构建票据收益率曲线?[J].金融市场研究,2018(06):51-61.
- [2] 田琦程.浅析利率动态模型[J].中国货币市场,2022(05):60-63.
- [3] 赵晶,张洋,尹浩明.中国国债利率期限结构的动态特征:基于NS和SV模型的实证判别[J].管理世界,2014(11):164-165.
- [4] 周荣喜,熊亚辉,李洋光等.基于DNS模型的我国公司债信用利差预测[J].北京化工大学学报(自然科学版),2019,46(06):78-84.
- [5] 周文婷.票据转贴现收益率曲线构建方法初探[J].债券,2018(03):43-47.
- [6] Bank for International Settlements. Zero-Coupon Yield Curves: Technical Documentation [R]. BIS Papers No. 25, Basel, October 2005.
- [7] Diebold F X, C Li. Forecasting the term structure of government bond yields[J], Journal of Econometrics, 2006,130(2): 337-364.
- [8] Diebold F X, G D Rudebusch, Yield Curve Modeling and Forecasting: The Dynamic Nelson-Siegel Approach [M], New Jersey Princeton University Press, 2013.
- [9] Diebold, F X, G D Rudebusch, B Aruoba. The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach[J], Journal of Econometrics, 2006,131:309-338.
- [10] Kalman R E, Bucy R S. New results in linear filtering and prediction theory[J].Journal of Basic Engineering, Vol. 83, 1961, pp.95-108.
- [11] Ken Nyholm. A rotated Dynamic Nelson-Siegel model with macro-financial applications [R]. European Central Bank Working Paper 1851, September 2015.
- [12] Nelson R C, and A F Siegel. Parsimonious Modeling of Yield Curves[J]. Journal of Business, Vol. 60, No. 4, 1987:473-489.
- [13] Svensson L E O. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994[R].IMF Working Paper, No. 1994/114, September 1994.

### Analysis of the Term Structure of Bill Interest Rates Based on the Dynamic Nelson-Siegel Model

CAI Zhihong

(School of International Politics and Economics, University of Chinese Academy of Social Sciences)

**Abstract** For financial institutions, including commercial banks involved in the secondary market of bill transactions, predicting the term structure of bill transfer discount rates holds significant importance. This paper presents a state-space formulation of the dynamic Nelson-Siegel model for the transfer discount rates of bank acceptance bills, which are accepted by both state-owned and joint-stock banks. Through empirical analysis, it is observed that this dynamic model effectively predicts the term structure of these bill transfer discount rates. These findings are of particular significance for financial institutions seeking to enhance their internal pricing mechanisms for bill transfer discount rates.

**Keywords** Bill Market, Transfer Discount Rate, Interest Rate Term Structure, Dynamic Nelson-Siegel Model

**JEL Classification** C53 E43 E47